

제정 기술표준원고시 제2001 - 44호 (2001. 2. 16)
개정 기술표준원고시 제2003 -523호 (2003. 5. 24)

전기용품안전기준

K 60493-1

[KS C IEC 2002]

전기 절연재료 노화시험 결과의 통계적 분석지침

제1부: 정규 분포된 시험결과 평균값에 의한 방법

목 차

서문	2
1. 적용범위	2
2. 서론	2
3. 통계적 방법	4
3.1 통계분포 및 변수	4
3.2 변수의 추정치	5
3.3 유의성 검정	5
3.4 신뢰 한계치	6
3.5 분포 유형	6
3.6 분산의 동등성에 대한 검정	7
3.7 선형복귀	8
4. 노화 시험의 결과 처리	14
부속서 A	17
부속서 B	20
그림	22

전기 절연재료 노화시험 결과의 통계적 분석지침

제1부: 정규 분포된 시험결과 평균값에 의한 방법

KS C IEC
60493-1:2002
(IEC 60493-1:1974, IDT)

Guide for the statistical analysis of ageing test data

Part 1 : Methods based on mean values of normally distributed test results

서문

본 규격은 1974년에 제1판으로 발행된 IEC 60493-1(Guide for the statistical analysis of ageing test data Part 1:Methods based on mean values of normally distributed test results)을 번역해서 기술적 내용을 변경하지 않고 작성한 한국산업규격이다

1. 적용범위

본 지침은 노화 시험의 결과 분석 및 평가에 적용할 수 있는 통계적 방법을 제공하며, 정규 분포된 시험 결과의 평균값을 토대로 한 수치 방법에 대하여 적용한다.

이 방법은 시험 데이터가 준수하는 수학 및 물리 법칙에 관한 특별 가정 하에서만 유효하다. 이 가정의 타당성을 위한 통계 시험도 제공되어 있다.

다른 부에서는 다음을 토대로 한 통계 방법을 다루고 있다.

- 시험 결과의 그래프 평가
- 시험 결과의 중앙값
- 단절 데이터
- 극한값 통계

2. 서론

노화특성을 평가하는 절차는 특별 시험절차에서 설명하거나 또는 특별 환경 응력(예 : 온도, 복사, 부분 방전) 상태에서 노화 시험에 대한 시험 절차에 관한 일반 문서에서 다루고 있다.

대부분의 경우, 어떤 특성은 서로 다른 노화 응력에서 시간의 함수로 결정되며, 선택한 끝점 기준을 토대로 한 고장 시간은 각 노화 응력에서 찾는다. 규정 응력에 노출된 유사한 시료에 대한 고장 시간의 평가를 얻기 위해 또는 규정 시간에서 고장을 유발하는 응력값의 평가를 얻기 위해 고장과 노화 응력의 시간 좌표를 사용할 수 있다.

노화 현상을 지배하는 물리 및 화학 법칙은 검사한 특성과 고정된 노화 응력에서의 노화 시간 사이에 또는 특성과 노화시간의 어떤 수학적 함수(예 : 제곱근 또는 로그)에 선형 관계가 존재한다는 가정에 이르게 할 수 있다. 또한 고장 시간과 노화 응력 또는 이 변수의 수학적 함수 사이에 선형 관계가 있을 수 있다.

본 지침의 3.7절에서 설명한 방법은 선형 관계의 경우에 적용한다. 이 방법은 열 노화를 예로 들어 설명한다. 단순한 화학적 과정의 경우에는 저하가 Arrhenius 법칙(고장시간의 로그가 열역학 온도의 역수의 선형 함수이다)을 따른다고 가정할 수 있다.

이 경우, 방법의 사용을 검증하는 수치 예가 KSC IEC 60216-3에 명시되어 있다.

관련된 많은 절차(평균값, 분산, 회귀 계수)에 대한 컴퓨터 프로그램이 있고 완전한 컴퓨터 프로그램을 쉽게 작성할 수 있다는 것을 주목해야 한다.

이 지침에서 설명한 방법은 대부분의 통계 서적에서 다루고 있다. 개별 방법에 대한 참조는 부속서 A에 명시되어 있으며, 이 지침에서 설명한 통계 시험과 연계하여 사용할 수 있는 통계 분포의 표에 대한 참조도 제공되어 있다.

경우에 따라, 시험 결과의 평가에 포함된 산출은 그래프 절차로 대체할 수 있다. 그래프 절차는 정확성은 떨어지지만 실시하기가 더 수월하다. 이 방법에 대한 참조는 부록 A에 명시되어 있다.

비고-일부의 경우, “수명 종료”는 “고장” 대신에, “수명시간”은 “고장시간” 대신에 사용된다. 실제 장비의 “사용 수명”과 혼동되지 않도록 하기 위해 이 문서에서는 “수명”이라는 용어를 사용하지 않는다.

3. 통계적 방법

3.1 통계분포 및 변수

확률변수 X 의 분포는 분포 함수로 설명된다.

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (3.1.1)$$

여기서 $P(X \leq x)$ 는 X 의 값이 x 이하인 확률이다. 따라서 $F(x)$ 는 0에서 1까지 이며, x 의 절대 감소하지 않는 (never-decreasing) 함수이다. $F(x)$ 가 x 의 연속 함수이면, 확률 밀도는 다음과 같이 결정된다.

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (3.1.2)$$

이 분포는 변수로 특성화할 수 있다. 그 중 가장 중요한 것은 다음과 같다.

- 평균값 :

$$\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad (3.1.3)$$

- 중앙값 ζ 다음 식을 통하여 결정된다 :

$$F(\zeta) = \int_{-\infty}^{\zeta} f(x)dx = 0.5, \text{ 그리고} \quad (3.1.4)$$

- 분산 :

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \xi)^2 f(x) dx \quad (3.1.5)$$

중앙값은 동일 부분의 분포를 둘로 나눈다. 따라서 개체군의 반은 $X \leq \xi$ 를 가진다. 분포가 ξ 에 대해 대칭이면, $\bar{x} = \xi$ 이다.

분산의 제곱근을 표준편차 σ 라고 한다.

3.2 변수의 추정치

개체군의 확률 독립적인 시료의 n 표본으로부터, 개체군의 변수 추정치를 유도할 수 있다.

개체군(3.1.3)의 평균값의 추정치는 개별 표본값의 평균으로 산출한다.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (3.2.1)$$

여기서 :

x_i = 개별 표본값($i = 1, 2, \dots, n$)이다.

표본값이 크기의 오름차순으로 정렬된다면,

$$(X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$$

표본의 중앙값(즉, n 이 홀수인 경우 중간값, n 이 짝수인 경우 중간값에 가장 근접한 두 값의 평균)은 (3.1.4)식에 따라 개체군 중앙 ξ 의 추정치이다.

$$\tilde{x} = x_{\frac{n+1}{2}} \quad (n \text{ odd}) \text{ or} \quad (3.2.2a)$$

$$\tilde{x} = \frac{1}{2} x_{\frac{n}{2}} + \frac{1}{2} x_{\frac{n}{2}+1} \quad (n \text{ even}) \quad (3.2.2b)$$

개체군단의 분산 추정치는 표본 분산이다.

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \\ &= \frac{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}{n - 1} \\ &= \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n - 1)} \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

$n-1 = f$ 를 s^2 의 자유도 수라고 한다.

3.3 중요 시험

개체군 변수 e 의 정확한 값에 대한 가설을 수립할 때, 이 가설은 변수의 표본 추정치 e 가 가설값과 비교되는 경우 통계 검정으로 검정할 수 있다. 추정치 e 의 가능한 값의 범위는 두 부분으로 나뉘어 진다. 하나는 가설 하에서 최소 확률값(가설이 참인 경우 이 범위의 e 값을 얻을 총 확률 α (예 : 0.05)에 해당)을 포함하고, 다른 하나는 가설 하에서 최대 확률값($1-\alpha$ 의 확률에 해당)을 포함한다.

최소 확률값의 범위는 기각 범위라고 한다. 표본이 이 범위 내에서 추정치를 산출하면 가설은 기각된다. 다른 범위는 채택 범위라고 한다. 표본 추정치가 이 범위 내에 있으면 가설을 채택한다. 이는 가설이 참이면 가설을 수용하여 올바른 결정을 할 확률이 $1-\alpha$ (예 : 95%)이고, 가설이 참이더라도 가설을 기각하여 잘못된 결정을 할 확률은 α (예 : 5%) 라는 것을 의미한다.

가설을 기각 또는 수용할 것인지에 대한 결정은 유의수준 α 에서 이루어진다.

3.4 신뢰 한계치

개체군 변수의 추정치(점 추정값이라 한다)는 변수 값의 최적의 평가를 제공하지만, 이 값의 가능한 확률 불확실성에 대한 정보는 제공하지 않는다. 이를 위해 신뢰 한계치를 산출할 수 있다.

표본 추정치 e 로부터, 한계치 e_1 과 e_2 는 각 경우에 상술한 확률(신뢰) $1-\alpha$ 로 산출되고, $e_1 = -\infty$ 또는 $e_2 = +\infty$ 의 경우에 변수 e 의 참값을 포함한다. 이는 $100(1-\alpha)$ (예 : 95%)의 경우에, e_1 에서 e_2 까지의 간격이 실제로 참값 e 를 포함하는 반면, $100\alpha\%$ (예: 5%)에서는 포함하지 않는다는 것을 의미한다.

신뢰 한계치는 대칭 또는 비대칭이 될 수 있다.

대칭 $(1-\alpha)$ 신뢰 한계치 e_1 과 e_2 는 $1-\alpha$ 의 신뢰로 참값 e 를 포함하는 e 아래와 e 위의 두 값이다.

하위 비대칭 $(1-\alpha)$ 신뢰 한계치 e_1 은 $1-\alpha$ 의 신뢰로, 참값 e 보다 작은 값(e 아래)이다(이 경우에 $e_2 = +\infty$).

상위 비대칭 $(1-\alpha)$ 신뢰 한계치 e_2 는 $1-\alpha$ 의 신뢰로, 참값 e 보다 큰 값(e 위)이다(이 경우에 $e_1 = -\infty$).

3.5 분포 유형

3.5.1 정규 분포

정규 (Gaussian) 분포는 다음과 같이 정의되며, 평균값 ξ 과 분산 σ^2 으로 완전히 특성화된다.

$$f(x) = \frac{\exp - (x - \xi)^2 / 2\sigma^2}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \quad (3.5.1)$$

$$f(u) = \frac{\exp \frac{-u^2}{2}}{\sqrt{2\pi}} \quad (3.5.2)$$

여기서

$$u = \frac{\bar{x} - \xi}{\sigma} \quad (3.5.3)$$

해당하는 분포 함수 $F(u)$ 는 표로 지정되어 있다.

정규 분포에서 n 시험편의 표본 평균값 $\bar{x}$ 는 그 자체가 평균값 ξ , $\bar{x} = \xi$, 분산 $\sigma^2 \bar{x} = \sigma^2/n$ 을 갖는 정규 분포 확률 변수이고, 해당하는 표준 변수는 다음과 같다.

$$\bar{u} = \frac{\bar{x} - \xi}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (3.5.4)$$

3.5.2 분포 t

정규 분포 σ^2 의 실제 분산이 알려져 있지 않으면, (3.2.3)으로부터 표본 추정치 s^2 을 대체하고, 표준화된 표본 평균 값은 다음과 같이 된다.

$$t = \frac{\bar{x} - \xi}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \quad (3.5.5)$$

이 변수의 분포를 t 분포(또는 Student's t)라고 부르며, 변수 $f = n-1$ (s^2 의 자유도의 수)에 의존한다. t 분포는 서로 다른 f 값에 대해 표로 지정되어 있다.

3.6 분산의 동등성에 대한 검정

3.6.1 가정

분산의 동등성에 대한 시험의 가정은, 분산을 산출한 관찰은 확률에 독립적이고 정규 분포로부터임의 표본을 구성한다는 것이다.

3.6.2 Fisher 검정

두 개의 서로 다른 표본으로 결정한 두 개의 표본 분산이 이론적 분산(개체군 변수)의 추정치 라고 합리적으로 간주할 수 있는지를 시험하기 위해, 다음의 시험 변수를 산출한다.

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (3.6.1)$$

시험 가설은 s_1^2 과 s_2^2 이 동일한 이론적 분산 σ^2 의 추정치 이다.

시험 가설에 대한 대안이 참값 σ_1^2 이 σ_2^2 보다 크다고 할 때, 산출값 F 를 선택한 유의 수준 α (3.3절 참조), f_1 과 f_2 ,

분자 s_2^2 에 대한 자유도 수, 분모 s_2^2 에 각각 의존하는 표의 값 $F(\alpha, f_1, f_2)$ 와 비교한다.

시험 가설은 $F \leq F(\alpha, f_1, f_2)$ 인 경우, 즉 결정이 유효 수준 α 에 있는 경우 채택된다.

두 분산 s_1^2 과 s_2^2 이 동일한 이론적 분산의 추정치로 고려된다면(시험 가설은 채택한다), 이 분산의 합동 추정치는 $f = f_1 + f_2$ 의 자유도로 다음과 같이 산출할 수 있다.

$$s^2 = \frac{f_1 s_1^2 + f_2 s_2^2}{f_1 + f_2} \quad (3.6.2)$$

3.6.3 Bartlett 검정

서로 다른 표본에서 각각 결정한 몇 가지 표본 분산이 동일한 이론적 분산의 추정치로 합리적으로 고려할 수 있는지를 시험하기 위해, 다음 시험 변수를 산출한다.

$$\chi^2 = \frac{2.3(f \lg s^2 - \sum_{i=1}^k f_i \lg s_i^2)}{c} \quad (3.6.3)$$

여기서

$$c = 1 + \frac{[\sum_{i=1}^k \frac{1}{f_i}] - \frac{1}{f}}{3(k-1)} \quad (3.6.4)$$

k 는 분산의 수, s_i^2 는 자유도 f_i 를 가진 개별 표본 분산($i = 1, 2, \dots, k$)이고, $s^2 = \frac{\sum f_i s_i^2}{f}$ 는 자유도 $f = \sum f_i$ 를 가진 합동 분산이다.

시험 가설은 모든 k 분산 s_i^2 이 동일한 이론적 분산 σ^2 의 추정치이다.

산출값 χ^2 을 표의 값 $\chi^2(1-\alpha, k-1)$ 과 비교한다. 이 값은 $k-1$, χ^2 의 자유도 수, α , 유의 수준의 함수이다. $\chi^2 > \chi^2(1-\alpha, k-1)$ 이면, 가설은 유의 수준 α 에 대해 기각된다.

Bartlett 검정은 근사적 검정이지만, 모든 개별 표본 분산 s_i^2 의 자유도 수 f_i 가 2보다 크다면 양호한 근사가 된다.

가설이 채택되면, s^2 는 자유도 f 를 가진 공통 분산의 합동 추정치로 간주한다.

3.7 선형복귀

선형복귀의 목적은 x 의 선형 함수, 예를 들어 직선 $y = a + bx$ 를 결정하는 것이다. 선형복귀는 독립 변수 x 의 값에서 확률(의존) 변수 y 의 관측 그룹의 최선의 대응이다. 결정은 최소 제곱법을 토대로 한다.

예를 들어, Arrhenius 식의 경우에, 확률 변수는 몇 가지 온도에서 시험편 그룹에 대해 관측한 고장 시간의 로그이

고, 독립 변수는 열역학 온도의 역수이다. 따라서 분석의 목적은 고장시간의 로그와 열역학 온도의 역수 사이의 관계를 나타내는 선형 함수의 변수의 최선의 추정치(최소제곱법을 토대로)를 찾아내는 것이다.

3.7.1 가정(전제)

선형회귀 분석의 가정은 다음과 같다.

1. 독립 변수 x 와 종속변수 y 사이의 관계는 해당 범위, 즉 모든 시험 지점과 외삽을 실시한 모든 지점을 포함하는 범위에서 선형 모형으로 표현할 수 있다.
2. 회귀 계수를 산출할 때 사용한 종속 변수 y 의 관측값은 통계적으로 독립적이다. 각 관측은 해당 개체군에서 임의 표본의 개별 시험편에서 실시하였다.
3. 독립 변수 x 의 측정 오차는 무시할 수 있다. 따라서, x_i 의 값은 정확하게 알 수 있고 고정값 i 가 있는 집합 내에 모든 관측 y_{ij} 에 대해 동일하다.
4. 선형도 1의 가설을 유지하는 범위에서, 종속변수 y 는 정규 분포한다.
5. 종속변수 y 의 분산은 선형도 범위 내에서 독립변수 x 의 모든 값에서 동일하다.

이러한 가정으로부터 데이터의 작은 편차는 쉽게 검출할 수 없다. 어떤 경우, 이러한 편차는 심각하지 않을 수 있다. 반면 다른 경우에 이 편차는 잘못된 결론에 이를 수 있을 만큼 충분히 치명적일 수 있다. 가정으로부터의 출발에 대해 인식하고 수정하기 위한 절차의 논의와 본 지침에서 명시한 방법의 광범위한 논의에 대해서, 사용자는 해당 문헌과 전문 통계학자의 충고를 참조해야 한다.

선형도 1의 가정은 3.6.2에서 설명한 Fisher 검정을 사용하여 3.7.3절에서 명시한 대로 검정할 수 있다. 선형도의 시험에 경우 관측의 수 N 이 크면 클수록 비선형도의 확률을 검증하는 유효값 F 를 얻을 수 있는 확률도 더 크게 되는 것이 특징이다. 왜냐하면, N 이 커지면, 검정에 의해 검출할 수 있는 선형도 편차는 더 작아지기 때문이다. 따라서, 작은 편차가 중요하지 않은 경우에, 오히려 낮은 α 값(유효 수준)을 사용하는 것이 합리적이다.

통계적인 관점에서 볼 때, 산출한 회귀선은 관측 범위 내의 x 와 y 의 관계만 설명하고, 선형도 시험은 이 범위에만 해당한다.

추정하는 지점과 이 지점의 신뢰 한계치는 추정하는 지점을 포함하여 해당하는 전체 범위에서 선형 가설을 토대로 한다. 이 가설은 통계적 방법으로 검정할 수 없다. 또한 관측 범위 내에서 선형으로부터의 작은 편차는 선형 시험으로 검출할 수 없으며, 외삽의 범위에서 큰 차이를 유발할 수 있다.

비선형 회귀 곡성의 형태에서 가설의 경우, 더욱 정교한 회귀 분석을 실시하는 것이 가능하다.

가정 5는 Bartlett 검정으로 실시할 수 있다(3.6.3절)

분산이 일정하지 않지만, 독립변수 x 의 알려진 함수에 비례한다면, 데이터의 수정된 선형 회귀 분석을 실시할 수 있다.

3.7.2 복귀계수

복귀선의 식은 다음과 같다.(3.7절 참조):

$$y = a + bx \quad (3.7.1)$$

복귀 계수 a 와 b 는 다음과 같이 결정된다.

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (3.7.2)$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}) (\bar{y}_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x}) \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad (3.7.4)$$

이 방정식에서

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i x_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \quad (3.7.5)$$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}}{n_i} \quad (3.7.6)$$

여기서 y_{ij} 는 $x = x_i (j = 1, 2, \dots, n_i)$ 에서 관측의 수이고, n_i 는 $x = x_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 에서 관측의 수이다.

산출을 단순화하기 위해, (3.7.2)식과 (3.7.3)식을 약간 다른 형태로 쓸 수 있다.

(x_m, y_m) 이 하나의 관측 y_m 과 독립 변수 x_m 의 해당값을 나타내고 $N = \sum n_i$ 가 총 관측수이면, 다음과 같다.

$$a = \frac{\sum y_m - b \sum x_m}{N} \quad (3.7.2a)$$

$$b = \frac{\sum x_m y_m - \frac{\sum x_m \sum y_m}{N}}{\sum x_m^2 - \frac{(\sum x_m)^2}{N}} \quad (3.7.3a)$$

여기에서 모든 합은 1에서 N까지 이다.

각 x 의 값에서 관측수가 동일하다면($n_1 = n_2 = \dots n_k = n$), 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n y_{ij} - b\bar{x} \quad (3.7.2b)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^k x_i \bar{y}_i - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i \sum_{i=1}^k \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^k x_i^2 - \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i^2} \quad (3.7.3b)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{y}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (3.7.4b)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i$$

복귀 계수 a 와 b 가 결정되면, (3.7.1)식으로부터 독립 변수 $x = X$ 의 주어진 값에 해당하는 가장 가능성 있는 확률 변수값을 산출할 수 있다.

$$Y = a + bX \quad (3.7.7)$$

예를 들어, Arrhenius 식이 $x = 1/\theta$, $y = \log_t$ 인 경우, 열역학 온도의 역수의 값에 해당하는 시간의 로그를 찾고, 이로부터 주어진 온도에서 가능한 고장시간을 결정한다.

복귀식을 x 에 대해 풀면, 선택한 $y = Y$ 에 해당하는 x 의 값

$$X = \frac{Y - a}{b} \quad (3.7.8)$$

을 산출할 수 있다.

Arrhenius 식의 경우에, 이는 선택한 값의 고장시간, 즉 5000시간을 가장 가능성 있게 제공할 온도의 결정을 의미한다.

3.7.3 분산과 유의 검정

고정된 x_i 값에서 개별 관측 집합 y_{ij} ($j = 1, 2, \dots n_i$)로부터 분산 집합

$$s_{ii}^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (i = 1, 2, \dots, k) \quad (3.7.9)$$

은 $f_i = n_i - 1$ 의 자유도로 (3.2.3)식에 따라 산출한다.

이 분산식은 Bartlett 검정(3.6.3절)으로 검정할 수 있다. 이 값이 유의 수준 α (예 : 5%)과 현저히 다를 경우, 합동 추정치는 $N - k$ 의 자유도로 다음과 같이 산출한다.

$$s_1^2 = \frac{\sum f_i s_{ii}^2}{N - k} \quad (3.7.10)$$

(3.7.1)식에서, x_i 의 k 값에 해당하는 회귀선의 점은

$$Y_i = a + b x_i \quad (3.7.11)$$

따라서 분산은 $k - 2$ 의 자유도로

$$s_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (y_i - \bar{Y})^2}{k - 2} \quad (3.7.12)$$

이다.

선형성 시험

s_2^2 이 s_1^2 보다 현저히 크다면, 회귀선에 대한 변화는 시험 내의 변화에 의해 설명할 수 있는 것보다 더 크고, x 와 y 사이의 선형 관계 가설은 기각되어야 한다. $(k - 2, N - k)$ 의 자유도를 가진 시험 변수 $F = \frac{s_2^2}{s_1^2}$ 는 유의 수준 α (예 5%)에서 F 의 표의 값과 비교한다(3.6.2절 참조)

F 가 사전결정된 수준에서 현저하지 않다면, 합동 추정치는 다음과 같이 산출된다.

$$s^2 = \frac{(N - k)s_1^2 + (k - 2)s_2^2}{N - 2} \quad (3.7.13)$$

(3.7.2a)와 (3.7.3a)식을 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S^2 = \frac{\sum y_m^2 - N \bar{y}^2 + b(N \bar{x} \bar{y} - \sum x_m y_m)}{N - 2} \quad (3.7.13a)$$

그리고 (3.7.2b)와 (3.7.3b)에서 처럼 모든 i 값에 대해 $n_i = n$ 인 경우, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$S^2 = \frac{\sum \sum y_{ij}^2 - N \bar{y}^2 + b(N \bar{x} \bar{y} - n \sum x_i \bar{y}_i)}{N - 2} \quad (3.7.13b)$$

3.7.4 y에 대한 신뢰 한계치

선택한 독립 변수 X에 해당하는 Y값이 (3.7.7)식에 따라 산출되었을 때 Y의 분산은 다음과 같이 결정된다.

$$s_y^2 = s^2 \left(\frac{1}{N} + \frac{(X - \bar{x})^2}{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \right) \quad (3.7.14)$$

자유도는 N-2이다.

y_u에 대한 대칭 신뢰 한계치는 다음과 같다.

Y - t_sS_y (하위 신뢰 한계), 그리고

Y + t_sS_y (상위 신뢰 한계)

여기에서 t_s = t(1-α/2, N-2)는 t 분포(Student의 t)의 표에서 취한다. t는 신뢰 수준 1-α(예 : 95%), 즉 α = 5%, 1-α/2 = 97.5%)와 자유도 수 N-2의 함수이다.

대부분의 경우, 하위 신뢰 한계치만을 원한다. 그럴 경우, 신뢰 한계치는 다음과 같다.

Y - t_aS_y (하위 비대칭 신뢰 한계)

여기서 t_a = t(1-α, N-2)이다. 1-α는 규정된 신뢰 수준(예 : 95%)이다.

3.7.5 x에 대한 신뢰 한계치

선택한 Y값에 해당하는 X값이 (3.7.7)식에 따라 산출되었을 때 다음 양을 산출한다.

$$b_r = b - \frac{t_s^2 s^2}{b \sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \quad (3.7.15)$$

$$s_r^2 = s^2 \left(\frac{b_r}{Nb} + \frac{(X - \bar{x})^2}{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \right) \quad (3.7.16)$$

여기서 t_s = t(1-α/2, N-2)는 규정 신뢰 수준 1-α(예 : 95%), 즉 α = 5%, 1-α/2 = 97.5%)에 해당하는 자유도 N-2를 가진 Student의 t 표의 값이다.

x의 대칭 신뢰 한계치는 다음과 같다.

$$\bar{x} + \frac{(Y - \bar{y}) - t_s s_r}{b_r} \quad (\text{하위 신뢰 한계})$$

$$\bar{x} + \frac{(Y - \bar{y}) + t_s s_r}{b_r} \quad (\text{상위 신뢰 한계})$$

확률은 $1-\alpha$ 이다. 이 한계치 사이의 간격에는 x 의 참값 즉, $y = Y$ 값이 되는 x 의 값을 포함한다.

Arrhenius 식의 경우, x 의 상위 신뢰 한계(즉, 온도 $\Theta = 1/x$ 의 하위 신뢰 한계)만을 원한다. 이럴 경우, (3.7.15)식의 t_s 를 규정 신뢰 수준 $1-\alpha$ (예: 95%)에 해당하는 $t_\alpha = t(1-\alpha, N-2)$ 로 대체하면, 신뢰 한계는 다음과 같다.

$$-\frac{(Y - \bar{y}) + t_\alpha s_r}{b_r} \quad (\text{비대칭 신뢰 한계})$$

$b_r \square b$ 이면, 대칭 신뢰 한계식은 다음과 같이 줄어든다.

$$X - \frac{t_\alpha s_y}{b} \text{ 그리고 } X + \frac{t_\alpha s_y}{b}$$

그리고, 비대칭 신뢰 한계의 경우는 다음과 같이 줄어든다.

$$X + \frac{t_\alpha s_y}{b}$$

여기서 (3.7.14)식으로부터

$$s_y^2 = s^2 \left(\frac{1}{N} + \frac{(X - \bar{x})^2}{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2} \right)$$

4. 노화 시험의 결과 처리

다음절에서는, 노화 시험의 결과에 대한 통계적 분석을 열 노화의 예를 사용하여 다룬다. 노화 시험에서, 물질의 어떤 특성의 시간 의존성은 서로 다른 노화 응력(예 : 서로 다른 온도)하에서 측정 또는 보증 시험에 의해 조사한다. 각 노화 응력에서 고장 시간을 결정하고 노화 응력에 대한 고장시간의 회귀를 결정한다. 이 처리는 두 부분으로 나뉘어진다.

첫 번째 부분은 시험편의 고장시간을 결정하기 위해 보증 시험 또는 비파괴 측정을 사용하는 경우를 다룬다.

두 번째 부분은 파괴 측정을 사용하는 경우를 다룬다. 분석을 검증하는 수치 예가 KSC IEC 60216-3에 상세하게 명시되어 있다.

4.1 비파괴 측정과 보증 시험

4.1.1 연속적 기록

특성을 연속적으로 또는 주파수 주사를 사용하여 측정하고 기록하면, 고장시간(특성이 주어진 끝점 기준을 처음 초과하는 시간)은 시험용 시험편에 대해 직접적으로 결정할 수 있다. 시험편이 규정된 끝점 기준에 동일한 보증 응력

과 기록된 고장시간에 연속적으로 노출되는 경우에도 적용한다. 이러한 경우에, 보증 능력은 노화 영향의 부분이 될 수 있다. 노화 능력(예를 들어, 온도) Θ_i 에서 시험편 n_i 를 사용하여 총 $N = \sum n_i$ 고장시간 t_{ij} 를 얻는다.

선형 회귀 분석은, 3.7절에 따라 고장시간에 대해 또는 노화 능력에 대한 시간 $y = f_1(t)$ 의 적합한 함수로, 또는 독립변수(열 노화 실험에서, Arrhenius 법칙을 종종 사용한다. 따라서 $x = 1/\Theta$, 여기에서 Θ 는 열역학 온도이다)인 능력 $x = f_2(0)$ 의 적합한 함수로 실시한다.

회귀선에서 선택한 t 값에 해당하는 신뢰 한계치를 가진 x 값을 3.7.5식에서 $Y = f_1(t)$ 를 도입하여 산출할 수 있다. 해당하는 Θ 값과 그 신뢰 한계치는 $x = f_2(0)$ 를 사용하여 찾는다.

4.1.2 주기적 보증 시험 또는 측정

보증 시험을 주기적으로 실시할 때, 시험편은 미리 결정한 시간 $t_1, t_2, \dots$ 에서 고장이 발생할 때까지 시험한다(그림 1 참조). 고장이 t_i 시간에서 발생하면, 해당 시험편에 대한 고장시간은 다음과 같다.

$$t_{ij} = \frac{t_i + t_{i-1}}{2}$$

즉, 고장이 발생한 시간의 평균값과 보증시험이 최종 견딘 시간이다.

비파괴 측정을 정기적으로 실시할 경우, 각 시험편에 대한 고장시간은 유사하게 즉, 끝점이 초과한 첫 번째 측정 시간의 평균과 바로 다음의 측정 시간으로 결정할 수 있다.

따라서 $N = \sum n_i$ 고장시간 t_{ij} 를 얻고, 4.1.1절에서 설명한 대로 분석한다.

시험간 시간 간격이 매우 짧으면 각 노화 능력에서 고장시간이 몇 개의 구간에 걸쳐 있게 된다. 따라서 표준 편차와 신뢰 한계치는 매우 부정확하게 결정된다.

일부의 경우에, 비파괴 측정의 경우에 고장시간의 정확한 결정을 하는 것이 유리할 수 있다. 이것은 각 시험편에 대해, 특성 p 대 시간 t 또는 이러한 변수의 적합한 함수 $v = f_4(p)$, $u = f_3(t)$ 의 그림에서 최적의 실험 지점이 있는 곡선을 그려 실시할 수 있다.

곡선의 대응은 최소제곱법으로 실시할 수 있다. 이 곡선에서, 개별 고장시간 t_{ij} 는 끝점 기준을 나타내는 직선과의 교차점으로 찾는다.

4.2 파괴 측정

검사한 특성의 측정이 시험편의 파괴(예를 들어 전기적 강도)를 필요로 한다면, 4.1절의 절차는 사용할 수 없다. 단지 하나의 측정값을 각 개별 시험편에서 얻기 때문이다.

이러한 경우, 개별 측정값은 특성 p 와 시간 t 의 그림에 좌표를 그릴 수 있다. 특정한 노화 능력 Θ_i 에서 고장시간 t_{ij} 는 끝점 기준을 나타내는 선과 능력 Θ_i 에서 모든 측정점의 최적의 맞춤이 있는 곡선의 교차점으로 결정한다. 그림 2 참조

서로 다른 노화 능력에서 특성과 시간의 곡선을 적합한 시간의 함수 $u = f_3(t)$ 와 특성 $v = f_4(p)$ 를 사용하여 직선으로 변형할 수도 있다. 그림 3 참조

곡선 대응은 u 와 v 의 선형 관계가 3.7.2절에서 설명한 절차에 따라 회귀식 $v = a + bu$ 에서 계수 결정과 동등한 경우 그래프를 사용하여, 또는 최소 제곱법으로 할 수 있다.

끝점 기준을 나타내는 선과 특성과 시간의 곡선의 교차점에서, 응력 Θ_i 에서 고장시간 t_i 에 대한 k 값을 결정한다($i = 1, 2, \dots, k$). 시간과 응력(온도) 그림에 이 점을 찍고, y 와 x 의 관계가 선형인 경우 3.7절에서 설명한 대로 함수 $y = f_1(t)$ 와 $x = f_2(\Theta)$ 사이의 회귀를 결정한다. 각 Θ 값에 대응하는 t 나 y 의 값은 단지 하나 밖에 없기 때문에, 3.7.3절에서 설명한 선형성 시험을 실시할 수는 없다. 그리고 선 S_2^2 에 대한 분산은 자유도 $k-2$ 를 가진 σ^2 의 S_2^2 추정치로 사용해야 한다. 이 경우에 비교적 넓은 신뢰 한계치를 얻는다.

y 의 집합 S_{ii}^2 내 분산의 대략적인 추정은 응력 Θ_i 에서 개별 시험편에 대한 특성과 시간의 곡선이 끝점 기준을 나타내는 직선과 이 곡선의 교차점 근처에서 위에서 얻은 곡선과 평행하다고 가정하여 얻을 수 있다. p 와 t (또는 t 와 u)의 그래프에서 개별 측정점으로부터, 예를 들어, 교차점에서 가장 가까운 네 개의 측정 시간에서, 곡선은 상술한 곡선에 평행하게 그려지며, 곡선과 직선 사이의 교차점은 개별 시험편의 고장시간 t_{ij} 로 취한다(그림 3 참조). 그리고 3.7절에 따라 산출을 진행한다.

그러나, 분산의 대략적인 추정을 제공하기 때문에, 산출값은 근사적이다.

부속서 A

참고문헌

- 1 A. Hald: Statistical Theory with Engineering Applications. Wiley, 1952.
- 2 A. Hald: Statistical Tables and Formulas. Wiley, 1952.
- 3 Lothar Sachs: Statische Auswertungsmethoden. springer, 1972
- 4 William H. Beyer (ed.): Handbook of Tables for Probability and Statistics. The Chemical Rubber Co., 1968
- 5 K.A. Brownlee: Industrious Experimentation. Her majesty's Stationery Office, 1949.

절	제목		참조
2	정규 확률 그래프	1	Paragraph 6.7
	로그 정규 확률 그래프	1	Paragraph 7.2
3.3	유의성 검정	1	Paragraph 9.4
		3	Paragraph 145
		5	Chapter II (c) and (d)
3.4	신뢰 한계치	1	Paragraph 9.5
		3	Paragraph 141
		5	Chapter III (b)
3.5.1	정규 분포	1	Chapter 5
		3	Paragraph 134
		5	Chapter II (i)
	정규분포표	2	Tables I, II, III
		4	Part II
3.5.2	t 분포	1	Chapter 15
		3	Paragraph 151
	t 분포표	2	Table IV
		4	Part IV
		5	Table I
3.6.2	Fisher 검정, F 분포 ¹⁾	1	Chapter 14
		3	Paragraph 35
		5	Chapter IV(a)
	F 분포표	2	Table VII
		4	Part VI

1) 참조 문서 1과 2에서, F분포는 v^2 분포라고 되어 있다.

		5	Table III
3.6.3	Barlett 검정	1	Paragraph 11.6
		3	Paragraph 723
		5	Chapter IV(c)
	χ^2 분포표	2	Table V
		4	Part V
		5	Table II
3.7	선형 회귀	1	Chapter 18
		3	Chapter 5
		5	Chapter IX

확률 변수 X 의 누적 분포 함수 $F(x)$ 의 통계표는 규정 확률 P 에 대해 x 의 값이 다음 조건을 만족하는 방법으로 배열되어 있다.

$$F(x, \delta) = P(X \leq x)$$

여기에서 δ 는 변수를 나타내고, 표준화되어 있지 않다. 예를 들어, χ^2 분포의 경우에 참고문헌 2에서 Table V는 $P = 0.95$ 와 $f = 10$, $\chi^2 = 18.3$ 의 값을 제공한다. 그러나, F 와 n 이 P 와 f 대신 사용되는 경우 참고문헌 4, Table V.1에도 적용된다. 즉, $f = 1$ 일 때, $\chi^2(P, f) = \chi^2(0.95, 10) = 18.3$ 이하의 χ^2 의 값을 얻을 수 있는 확률은 95%이다. 즉

$$P(\chi^2 \leq 18.3) = 0.95 \quad f = 10$$

다른 방법으로 표현하면, χ^2 분포의 $P = 0.95$ 는 18.3 아래에 있으며, $f = 10$ 일 때 $\alpha = 1 - P = 5\%$ 는 이 값 위에 있다.

α 는 유효 수준(3.3절)으로 간주할 수 있다. 예를 들어 가설 검정에 의해 구간 $18.3 < \chi^2 < +\infty$ 를 기각 구간으로 사용한다면, 참이더라도 가설을 기각하여 잘못된 판정을 할 위험은 5%이다. 일부의 경우에, α 는 P 대신에 표에 대한 진입으로 사용한다. 예를 들어 참고문헌 5에서 자유도 10 확률 0.05에 대해 표 II에서 $\chi^2 = 18.31$ 의 값은 18.31보다 큰 χ^2 의 확률이 5%라는 것을 의미한다.

$$P(\chi^2 > 18.31) = 0.05 \quad f = 10$$

확률 P 와 $1-P$ 에 해당하는 $x(P, f)$ 와 $x(1-P, f)$ 사이의 관계가 단순한 경우, 예를 들어 $t(P, f) = -t(1-P, f)$ 의 경우 t 분포에서, 표는 대칭적, 거부 구간으로 즉시 사용할 수 있도록 배열되어 있다.

$$P(t \leq t(P, t)) = P$$

$$P(t > t(P, t)) = 1 - P$$

$$P(|t| > t(P, t)) = 2(1 - P)$$

t 표의 배열은 참고문헌 5, Table I에서 사용하고 있다. 예를 들어, 자유도 5와 0.05의 확률에 대해 얻는 경우, 2.57의 t 값의 기각 구간은 다음과 같다.

$-\infty < t < -2.57$ 과 $+2.57 < t < +\infty$, 유의수준은 5%, 또는

$$P(|t| > 2.57) = \alpha = 0.05$$

$$P(t > 2.57) = \alpha/2 = 0.025$$

$$P(t \leq 2.57) = 1 - \alpha/2 = 0.975$$

이는 참고문헌 4, Table IV에서 $F = 0.975$ 와 $n = 5$, 즉 $t = 2.571$ 에 대해 얻은 t 값에 해당한다.

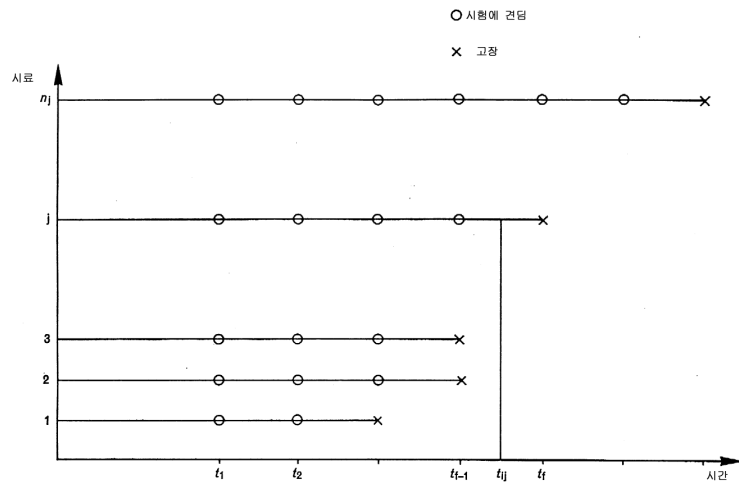
참고문헌 2, Table IV에서, 두 개의 확률 진입이 있다. 하나는 P에 대한 것이고 다른 하나는 $2(1-P)$ 에 대한 것으로 동일한 t 값에 이르게 한다. 예를 들어 $P = 0.975$ 와 $2(1-P) = 0.05$ 는 $f = 5$ 에 대해 $t = 2.571$ 값을 제공한다.

부속서 B

기호 목록

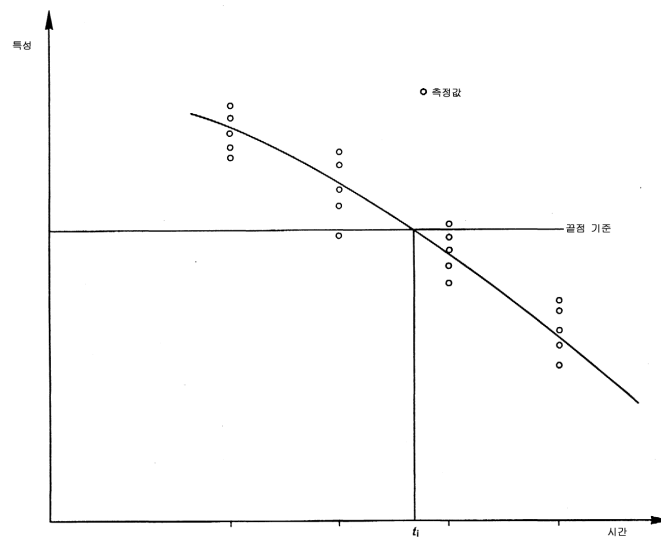
기호		절
a	회귀 계수	3.7
b	회귀 계수	3.7
e	ε 의 표본 추정치	3.3
e_1	e의 하위 신뢰 한계	3.4
e_2	e의 상위 신뢰 한계	3.4
f	자유도의 수	3.2
$f(x)$	확률 밀도	3.1
$f_1(t)$	임의의 시간 함수	4.1.1
$f_2(\theta)$	임의의 응력 함수	4.1.1
$f_3(t)$	임의의 시간 함수	4.2
$f_4(p)$	임의의 특성 함수	4.2
F	Fisher 분포 확률 변수	3.6.2
$F(x)$	누적 확률 분포	3.1
i	부분 표본의 차수	3.7.2
j	부분 표본 No. i에서 시료 차수 번호	3.7.2
k	총 표본에서 부분 표본의 수	3.7.2
m	시료의 차수 번호	3.7.2
n	총 표본에서 부분 표본의 수	3.2
n_i	부분 표본 No. i에서 시료의 수	3.7.2
N	시료의 총 수	3.7.2
P	시료의 임의 특성	4.2
$P(X \leq x)$	$X \leq x$ 인 경우 확률	3.1
s^2	표본 분산	3.2
s_1^2	집합내 분산	3.7.3
s_2^2	회귀선에 대한 분산	3.7.3
s_{1i}^2	부분 샘플 분산	3.7.3
t	시간/시	3.7.2
t	Student 분포 확률 변수	3.5.2
u	표준화된 정규(Gaussian) 분포 확률 변수	3.5.1
x	독립 변수 (예 : $1/\theta$)	3.7.2
x_i	x값의 부분 표본	3.7.2
$\bar{X}$	표본 평균	3.2
$\bar{x}$	x의 가중 평균	3.7.2
$\bar{x}??$	표본의 중앙	3.2
X	확률 변수	3.1
X	x의 특정값	3.7.2

y	종속 확률 변수(예 : log t)	3.7.2
y_{ij}	y 의 개별 시료값	3.7.2
$\overline{y_i}$	y 의 부분 표본 평균	3.7.2
$\overline{y}$	y 의 총 표본 평균	3.7.2
Y	y 의 특정값	3.7.2
α	확률	3.3
α	유의성 검정	3.3
ε	임의의 개체군 변수	3.3
Θ	열역학 온도/K	3.7.2
Θ	노화 응력(예 : 온도)	4.1.1
ξ	X 의 평균값	3.1
$\xi??$	X 의 중앙값	3.1
σ	x 의 표준 편차	3.1
σ^2	X 의 분산	3.1
χ^2	카이제곱분포 검정 변수	3.6.3
$1-\alpha$	신뢰 수준	3.4

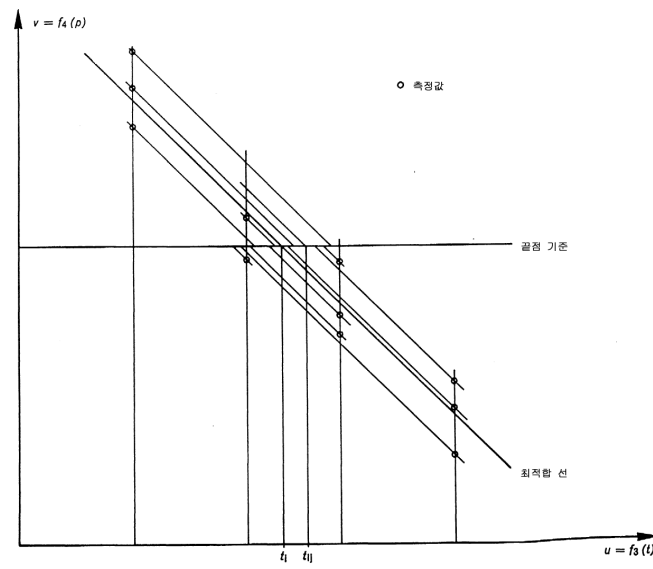


응력 Θ_1 에서 시료 번호 j 에 대한 고장시간 t_{ij} 의 결정

그림 1. - 보증 시험



응력 θ_1 에서 시료 그룹에 대한 고장시간 t_i 의 결정
 그림 2. - 특성의 파괴 측정



응력 Θ_1 에서 개별 시료에 대한 고장시간 t_{ij} 의 추정을 얻기 위한 근사 방법

그림 3. - 특성의 파괴 측정